Teoría de la inversión

El principio de aceleración. La teoría de los fondos prestables. Naturaleza de un proyecto de inversión. Administración financiera y mercados de capital. Equivalencias financieras entre flujos y stocks. Flujo de caja y valor presente neto del proyecto. Datos básicos para el análisis económico y financiero. Algoritmo del valor actual. Aplicación a bonos, acciones ordinarias y valor de la empresa. Problemas de los criterios alternativos. Secuencia temporal: finalización de inversiones, fecha óptima para iniciar una construcción. Mercados de capital perfectos e imperfectos. Planeamiento de las inversiones. Racionamiento del capital. Análisis costo-beneficio en el sector público.

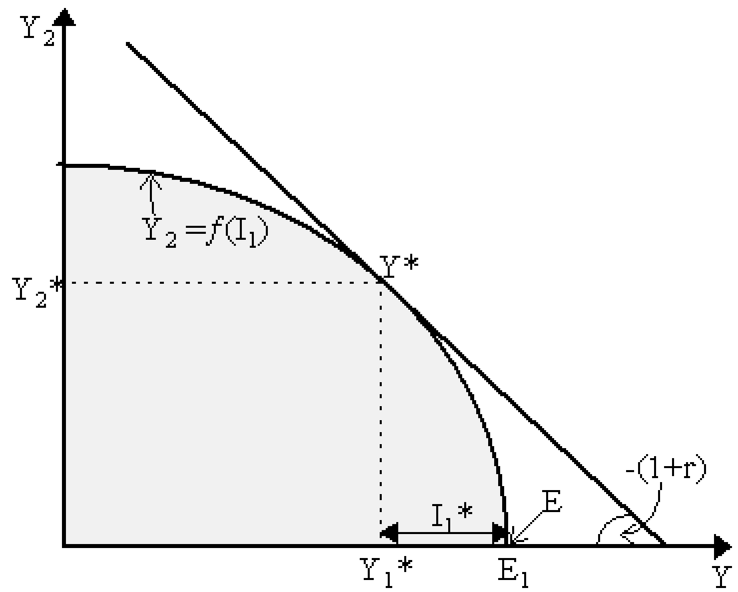
Recordemos que la inversión, de acuerdo con las cuentas nacionales, es el monto de gasto destinado a la adquisición de *nuevos equipos de producción y nuevas construcciones productivas*, medido en forma apropiada a precios constantes. La explicación de por qué la inversión alcanza un nivel determinado y no otro ha sido fuente de distintas hipótesis en la teoría económica.

Una de las hipótesis más simples es la correspondiente al **principio de aceleración**. De acuerdo con este principio, la inversión responde a las cambiantes condiciones de la demanda. Si ésta aumenta, habrá un exceso de demanda de bienes. En tal situación, las firmas tienen dos opciones: o bien elevar los precios, o bien satisfacer la demanda elevando su oferta. Bajo ciertas condiciones, especialmente en la visión keynesiana del mundo, los ajustes por cantidad tienen precedencia. Las firmas aumentan su capacidad de producción invirtiendo en planta y equipamiento. Empero, *en el mundo real incierto*, es de esperar que las firmas no aumenten en forma inmediata su capacidad sino en forma gradual (por ejemplo, aumentando un poco su capacidad si hubo un aumento de demanda, comprobar luego si la demanda se sostiene, seguir aumentando en tal caso la capacidad hasta la convergencia al nivel deseado de capacidad). Dada una relación capital-producto deseada $v=K/Y$ el cambio del capital es una fracción del cambio de la demanda: $K_t-K_{t-1}=v(Y_t-Y_{t-1})$. Como v es una fracción inferior a la unidad, un cambio de la demanda requerirá un cambio menor del stock de capital. Pero aunque definimos a la inversión como la diferencia K_t-K_{t-1} ésta no es aún una teoría de la *inversión*. Por ejemplo, podría darse el caso de que este cambio del stock de capital no pudiera realizarse, por industrias proveedoras de bienes de capital restringidas en su producción, retrasos en las entregas, etc. Esto ha llevado a postular que solamente una porción de la inversión deseada será emprendida, por ejemplo a través de una regla lineal de ajuste parcial de la inversión al nivel deseado $I_t=\mu I_t^*$. Por consiguiente, la inversión realizada en la práctica – es decir el cambio real del stock de capital – será una fracción del cambio deseado. Como $I_t=K_t-K_{t-1}$ e $I_t^*=K_t^*-K_{t-1}$ ►[1] $K_t= \mu K_t^*-(1- \mu)K_{t-1}$. Pero $I_t^*=v(Y_t-Y_{t-1})$ de modo que $K_t^*-K_{t-1}= v(Y_t-Y_{t-1})$. Dado que $K_{t-1}=vY_{t-1}$ se obtiene simplemente que $K_t^*=vY_t$. Reemplazando en [1] ► [2] $K_t= \mu vY_t+(1-\mu)K_{t-1}$. Reemplazando en forma iterada en esta expresión los stocks de capital se obtiene $K_t=\mu v\, \Sigma_{i=1}^{\infty}(1-\mu)^{i-1}Y_{t-i}$. Esto representa una función de inversión con la forma

[3] $I_t=\mu v\, \Sigma_{i=1}^{\infty}(1-\mu)^{i-1} (Y_{t-i}-Y_{t-i-1})$

en la que la inversión realizada será una fracción μ de la inversión deseada, en tanto ésta será una fracción (v) de los cambios pasados en la demanda agregada. La forma de esta ecuación es la de un polinomio con "rezagos distribuidos" que declinan en forma geométrica. Los efectos de cambios muy antiguos de la demanda tendrán, por consiguiente, efectos más reducidos sobre la inversión deseada actual. De esta forma, el stock actual de capital se irá aproximando al stock deseado de capital.

La teoría del capital y la inversión de Irving Fisher [1] fue expuesta en su *Teoría del Interés* (1930). La teoría fisheriana del producto está relacionada más con la inversión que con el stock de capital. Suponiendo para simplificar un mundo que transcurre en sólo dos períodos ($t=1,2$) la inversión en el período 1 produce producto en el período 2. Llamamos I_1 a la inversión del período 1 e Y_2 al producto del período 2. La **frontera de producción** puede ser dibujada como una función cóncava como en la figura siguiente, bajo el supuesto de que el empleo de trabajo es constante y de que los rendimientos marginales de la inversión son decrecientes. El espejo de esta relación es una función

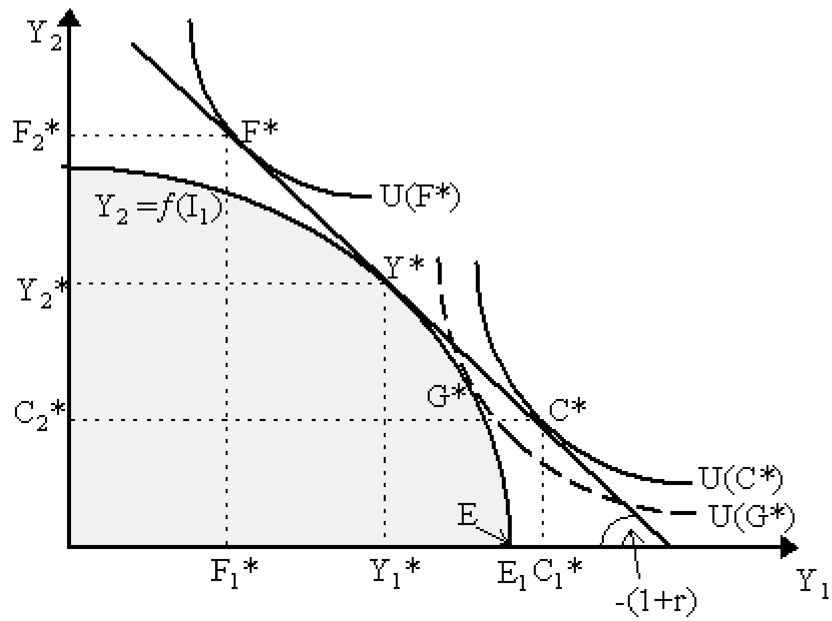


$Y_2=f(I_1)$ en la cual toda la superficie por debajo de la misma es considerada accesible. Si r es la tasa de interés, el costo total de invertir un monto I_1 es $(1+r)I_1$. Los ingresos derivados de la venta del producto son iguales a Y_2 (si fijamos su precio como igual a la unidad). Luego, los beneficios de la inversión son $Y_2-(1+r)Y_1$ y, dada la restricción tecnológica (ó curva de *oportunidades productivas*) la inversión óptima es cuando la pendiente de la curva f' es igual a $(1+r)$. Fisher denominó a la pendiente $f'-1$ *la tasa de rendimiento marginal sobre los costos*. Sería denominada por Keynes *eficiencia marginal de la inversión*. Nótese que a medida que se eleva la tasa de interés, a efectos de igualar r y la eficiencia marginal de la inversión, la inversión debe disminuir. Luego hay una relación inversa entre tasa de interés e inversión. En la figura anterior, supóngase que se comienza con una dotación inicial de producto $E_1>0$, y $E_2=0$. La inversión involucra asignar parte del producto del período 1 a la producción del período 2. El producto que se deja en el período 1 es destinado a consumo, y denotado en el gráfico como Y_1*. La inversión será óptima cuando la frontera de inversión resulte tangente a la línea de las tasas de interés, o sea cuando

[1] Irving Fisher (1867-1947) fue un economista americano graduado en Yale que realizó importantes contribuciones a la "revolución marginalista", entre ellas su introducción de las "curvas de indiferencia" en el análisis económico, la distinción entre "flujos" y "stocks", el "teorema de separación" y su teoría de los "fondos prestables" que se verán en esta nota. Fue clave en la resurrección de la Teoría Cuantitativa del Dinero. Realizó una importante investigación sobre la teoría de los Números Indice (1922) y sobre la Curva de Phillips (1926), entre otros trabajos.

$f'=(1+r)$. En ese punto, la asignación intertemporal del ingreso requiere que $Y^*=(Y_1^*, Y_2^*)$ con Y_2^* determinado por la inversión del período 1 – es decir $Y_2^*=f(I_1)$ e $Y_1^*=E_1-I_1^*$.

Consideremos ahora la estructura de la propiedad de la firma. Si la firma es propiedad de empresarios, surge la pregunta acerca de si la decisión de inversión podría verse afectada por las decisiones de consumo de los propietarios. En segundo término, surge la cuestión acerca de la decisión de inversión de la firma, su decisión de financiarse y su vínculo con los mercados financieros. Como lo notó Jack Hirshleifer en 1958, estas cuestiones pueden ser respondidas replanteando la teoría de la inversión de Fisher en un proceso presupuestario en "dos etapas", que permite integrar la decisión de consumo-inversión (la "primera aproximación") con la decisión de inversión (o "segunda aproximación"). En el caso de una firma empresarial – es decir, propiedad de una sola persona – debemos agregar la función de utilidad U(..). Ahora, si el empresario maximiza su utilidad con relación a la frontera intertemporal solamente, alcanzamos un punto G^* de la figura siguiente.



Pero las firmas enfrentan un proceso de dos etapas mediante el cual *en primer término* maximizan el valor presente (Y^*) y luego prestan/se endeudan para alcanzar el óptimo del empresario como consumidor (C^*). Por lo tanto, vemos que el punto G^* no era óptimo. Hirshleifer muestra entonces que, incorporando tanto las "oportunidades productivas" como las "oportunidades de mercado" se obtiene el volumen de inversión óptimo.

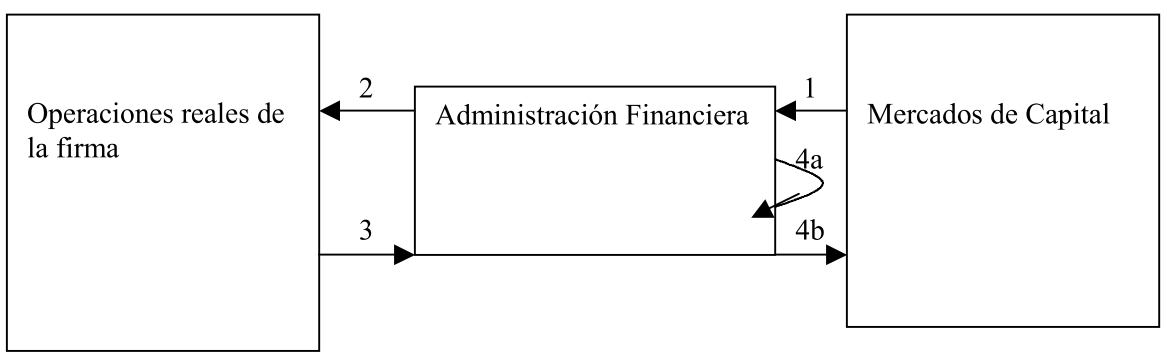
El resultado central de este proceso en dos etapas se conoce como el *Teorema de Separación de Fisher*: la decisión de inversión de la firma es *independiente* de las preferencias del propietario e *independiente* de la decisión de financiación. En efecto, independientemente de las preferencias del propietario, la decisión de la firma se posicionará en Y^* convirtiendo la maximización del valor presente en *el objetivo de la firma* (que en nuestro caso biperiódico es idéntico a la regla de la "tasa interna de rendimiento" de Keynes). La segunda parte del teorema afirma efectivamente que las necesidades de financiación de la firma son independientes de la decisión de producción. Esto puede replantearse en términos de la teoría neoclásica de los fondos prestables de Fisher. Supóngase que tenemos dos empresarios con firmas idénticas, ambas partiendo del punto de dotación E y una invierte y ahorra para alcanzar el punto F^* mientras que la otra invierte y luego presta para alcanzar el punto C^*. Obsérvese que la inversión deseada del primer agente es $I_1 = E_1 - Y_1$ mientras que su ahorro deseado es igual a $E_1 - F_1^*$. El segundo agente tiene una inversión deseada igual a I_1 también, pero desea financiarse por $C_1^* - E_1$. La demanda total de fondos prestables es por lo tanto $D_{FP} = (E_1 - Y_1) + (C^*_1 - E_1)$ *mientras que la oferta de fondos prestables es* $S_{FP} = (E_1 - F_1^*) - (E_1 - Y_1) = Y_1 - F^*_1$. Ahora, *si hay equilibrio* en el mercado de fondos prestables $S_{FP} = D_{FP}$ y por consiguiente $S_{FP} = Y_1 - F^*_1 = C_1^* - Y_1 = D_{FP}$. Pero esto implica $S_{FP} = (E_1 - F_1^*) - (E_1 - Y_1) = (E_1 - Y_1) + (C_1^* - E_1) = D_{FP}$ y reacomodando los términos, $2\,(E_1 - Y_1) = (E_1 - F^*_1) - (C_1^* - E_1)$.

Pero cada agente invierte la cantidad $E_1 - Y_1$ y la inversión total resulta $I = 2(E_1 - Y_1)$. Simultáneamente, el primer agente ahorró $(E_1 - F_1^*)$ y el segundo desahorró $(E_1 - C_1^*)$ de modo que el ahorro total es $S = (E_1 - F_1^*) - (C_1^* - E_1)$. Por consiguiente la ecuación del equilibrio de los fondos prestables puede ser reescrita simplemente como $I = S$, es decir, que la inversión total es igual al ahorro total. Obsérvese que para que la inversión total sea igual a los ahorros totales, la demanda de fondos prestables debe ser igual a la oferta de fondos prestables y esto solamente es posible si la tasa de interés está a un nivel apropiado. Si la tasa de interés fuera tal que la demanda de fondos prestables no fuera igual a su oferta, no obtendríamos la igualdad entre inversión y ahorro total. Por lo tanto, en la teoría fisheriana de los fondos prestables, la tasa de interés que equilibra la oferta y la demanda de fondos prestables también llevará al equilibrio de la inversión y los ahorros. Esto constituye la esencia de la *teoría macroeconómica de los fondos prestables*.

El resultado anterior supone que (a) el mercado de capitales es perfecto y no existen barreras en el mercado de capitales ni costos de acceder a este mercado; (b) la información del mercado está libremente disponible; y (c) no hay impuestos que distorsionen las decisiones de ahorro e inversión. Bajo estas condiciones hemos visto que el criterio de inversión no depende de las preferencias por el consumo de los propietarios.

El proceso financiero

La administración financiera de una firma puede entenderse con ayuda del siguiente diagrama:



La flecha (1) corresponde a la entrada de fondos que alimenta el proceso productivo de las firmas; las dos más relevantes son la *inversión en equity* y el *endeudamiento empresario*; la flecha (2) corresponde a la aplicación de estos recursos a los procesos productivos "reales" de la firma, tales como adquirir su planta, comprar los insumos materiales y servicios necesarios, etc.; la flecha (3) indica la salida de fondos hacia la tesorería como resultado de la venta de los productos elaborados en los mercados reales; la flecha (4a) corresponde a la reinversión de fondos, mientras que la flecha (4b) indica el repago de las obligaciones con los prestamistas y con los accionistas. Nótese que el valor de la firma surge por la presencia de activos financieros que alimentan las operaciones reales de la empresa. En este punto, la administración financiera de la empresa cumple un rol crítico, al permitir allegar los recursos del mercado de capital al financiamiento de las operaciones propias de la firma. Las decisiones de inversión van a depender de la existencia de estos mercados de capital.

El concepto de valor actual

Necesitamos ahora algunos conceptos de la matemática financiera. Para ello consideremos la serie geométrica de razón x y cuyos n primeros términos suman s_n:

$s_n=1+x+x^2+...+x^{n-1}$

Sabemos que, si $x=1$ esta serie suma $s_n=n$ y por lo tanto es divergente. Pero si $x\neq 1$ se tiene

$(1-x)\ s_n= (1-x)\sum_0^{n-1} x^t= \sum_0^{n-1} (x^t-x^{t+1})=1-x^n$

Luego $s_n=(1-x^n)/(1-x)$

Para $|x|<1$ la suma $s_n\rightarrow 1/(1-x)$. Análogamente, si la serie hubiera sido la siguiente: $s_n=a+ax+ax^2+...+ax^{n-1}$ el límite resultaría, en este caso, $a/(1-x)$.

Estos resultados básicos los podemos aplicar a los flujos financieros, que registran pagos ó cobros b_t a lo largo del tiempo. Supondremos que *al término de cada período elemental* se cobran ó pagan las sumas siguientes:

-----|------------|------------|------------|-------------|------------ ....

Tiempo:	*1*	*2*	.....	*n-1*	*n*
Flujos:	b_1	b_2	....	b_{n-1}	b_n

El primer concepto importante es el de **capitalización de una corriente de renta** que tiene n términos: $b_n+b_{n-1}(1+r)+....+b_1(1+r)^{n-1}$. Nótese que esta suma tiene n términos. Si ahora definimos la corriente de renta con la característica de que los pagos ó cobros son todos iguales a la unidad, obtenemos $s_n=(1-x^n)/(1-x)$ que, por aplicación de la fórmula ya encontrada, es igual a $s_n=(1-(1+r)^n)/(1-(1+r)) = ((1+r)^n-1)/r$ que se suele representar mediante el símbolo $s_{n,r}$ y recibe el nombre de "factor de interés compuesto de una serie uniforme".

Análogamente, se define el concepto de **actualización** de la manera siguiente. La suma de los primeros n términos de la corriente de renta anterior es $s_n=b_1(1+r)^{-1}+ ... +b_n(1+r)^{-n}$. Si los flujos son todos iguales a 1, esta suma resulta igual a $s_n=(1+r)^{-1}+...(1+r)^{-n}$ que podemos representar mediante la fórmula dada cuando el primer término es distinto de la unidad como

$s_n= (1+r)^{-1}\ (1-(1+r)^{-n})/(1-(1+r)^{-1})$

Multiplicando por $1+r$ el numerador y el denominador se tiene $s_n= (1-(1+r)^{-n})/r$ que se representa mediante la notación $a_{n,r}$ y es denominado el "factor de valor presente de una serie uniforme". Nótese que otra forma alternativa es la siguiente: $a_{n,r}= ((1+r)^n-1)/(r(1+r)^n)$. La inversa de $a_{n,r}$ es denominada el "factor de recuperación de capital" que denotaremos como $frk(r,n)$.

Aplicación Un empresario que opera en la generación de electricidad debe comparar dos proyectos de inversión que difieren por su costo anual de producción y su costo de capital. La tasa de interés es de 10% anual y se espera que ambos proyectos tengan una vida útil de 15 años.

Alternativa:	*(1)*	*(2)*
Costo de Capital	*20.000*	*15.000*
Costo Anual Operativo (combustible, personal, etc.)		
	4.000	*5.000*

El factor de recuperación del capital *frk(0.1,15)=0.13147* . Por lo tanto su inversa $a_{n,r}$ *=7.606* [2]. Anualizamos el costo de capital de cada proyecto:

Alternativa:	*(1)*	*(2)*
Costo Anual de Capital	*2.629*	*1.972*
Costo Anual Operativo	*4.000*	*5.000*
Costo Anual Total	*6.629*	*6.972*

Luego, el equipo más barato es el primero (pues el ahorro de costos operativos más que compensa el mayor costo de capital del equipamiento).

Otro ejemplo. Sea *r* la tasa de "descuento" a un año que representa el "costo de oportunidad del capital", un 7% anual. Una casa puede ser construida, cuyo precio dentro de un año se espera sea 400.000 pesos, siendo hoy el costo de construir igual a 350.000 pesos. ¿Conviene su construcción dentro de las actuales condiciones financieras? La respuesta es positiva, pues el valor actual de 400.000 pesos (obtenido dividiendo 400.000 por 1.07) resulta igual a 373.832 pesos, y por consiguiente el "valor presente neto" de la oportunidad de construcción es 23.832 pesos.

Es usual calcular estos conceptos cuando el tiempo es considerado una variable *continua* en lugar de discreta. Si tenemos una suma P_0 disponible hoy, esta suma se convertirá en $P_t = (1+i)^t P_0$ luego de *t* años. La tasa *i* es denominada "tasa de interés efectiva anual". Para obtener la tasa de interés "nominal" debemos conocer el número de "capitalizaciones" por año. Para *m* capitalizaciones anuales, se tiene que $(1+i) = (1+(j/m))^m$ y, si la capitalización fuera continua ($m \to \infty$) se tiene que

$$(1+(j/m))^m \to e^j$$

es decir, $\log(1+i)=j$, por lo tanto podemos expresar $P_t = P_0\, e^{jt}$ que nos permite utilizar el importante número "trascendente" *e* en el análisis económico, facilitando mucho los cálculos.

---

[2] Los libros de matemática financiera tabulan esta variable para distintas tasas de interés y períodos de tiempo. Véase por ejemplo *Brealey y Myers, Cuadro Nro 3* (Apéndice).

Se sugiere leer el capítulo 3 del libro de Brealey y Myers, en particular cómo valuar los activos de larga vida, en qué casos hay que utilizar tasas "reales" de descuento y los conceptos de perpetuidades y anualidades.

Valuación de bonos y acciones

Sea una acción cuyo retorno esperado es igual a r cuando los dividendos a cobrar el año próximo son iguales a D_1 y el precio esperado de la acción al final de ese año es P_1. Si la acción hoy tiene un precio igual a P_0 el rendimiento esperado de comprar esa acción hoy y venderla luego de cobrar los dividendos sería igual a $r=(D_1+P_1-P_0)/P_0$. Luego el precio actual de la acción no podría ser demasiado distinto de $P_0 = (D_1+P_1)/(1+r)$ que debería ser el precio de la acción en un mercado competitivo. Esta propiedad involucra invertir el razonamiento, desde el rendimiento (interpretado como tasa de interés) hacia el precio actual. Descomponiendo P_1 en forma similar, veremos que depende del precio final del período siguiente P_2... En definitiva: $P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} D_t /(1+r)^t$ de modo que el inversor conociendo la corriente de dividendos y en base a la tasa de interés r tomará la decisión de comprar o no el activo.

Ejemplo de este procedimiento para la valuación de un negocio. Sea la tabla siguiente que expone el flujo de caja de una inversión:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Activos	10	12	14.4	17.28	20.74	23.43	26.47	28.05	29.73	31.51
Ganancias	1.2	1.44	1.73	2.07	2.49	2.81	3.18	3.36	3.57	3.78
Inv neta	2	2.4	2.88	3.46	2.69	3.04	1.59	1.68	1.78	1.89
F.caja libre	-0.8	-0.96	-1.15	-1.39	-0.20	-0.23	1.59	1.68	1.79	1.89
Var (%)	20	20	20	20	20	13	13	6	6	6

Este negocio se caracteriza por una rápida expansión entre los años 1 y 6 que requiere gastos de inversión importantes. El flujo de caja libre se hace positivo cuando el crecimiento se hace más lento a partir del año 7.

Los datos se han construido de la siguiente manera. Los activos iniciales suman \$10. Estos activos crecen al 20 % anual hasta el año 4, 13% en los años 5 y 6, y 6% a partir del año 7. La rentabilidad es constante e igual al 12%. El flujo de caja libre es igual a las ganancias menos la inversión neta. La inversión neta es igual al gasto de capital menos la depreciación de los activos. La variación de las ganancias también está calculada neta de depreciación. Obsérvese que en los años iniciales el negocio crece fuertemente, lo que implica que el flujo de caja libre resulte negativo. El formato de valuación es similar al aplicado en otros casos:

Valor presente= Valor presente del flujo de caja libre+Valor presente del horizonte

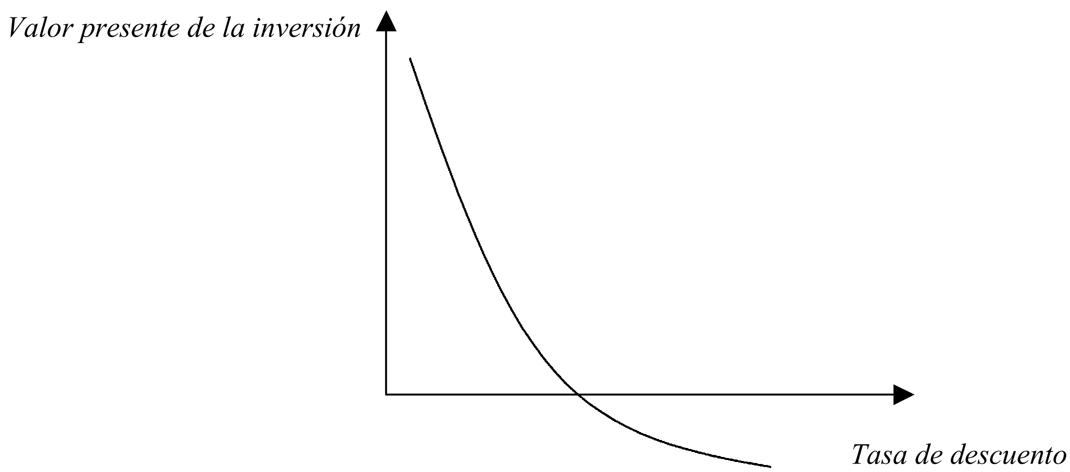
$VP=FCL_1/(1+r) + FCL_2 /(1+r)^2+ .... + FCL_H/(1+r)^H + VP_H/(1+r)^H$

El horizonte de valuación es elegido de manera un tanto arbitraria. En rigor, sería necesario seguir el procedimiento de determinar el flujo de caja para año futuro, pero esto no es práctico. Podría usarse el horizonte de 10 años pero probaremos el horizonte al año 6, porque a partir del año 7 el negocio parece estabilizarse a una tasa de crecimiento del 6%.

Para estimar el valor del horizonte hay varios procedimientos. Uno de ellos es el de mantener una tasa de crecimiento constante. En el cuadro la tasa a partir del año 7 parece ser una tasa de largo plazo. Utilizaremos una tasa de descuento del 10% anual. Luego tenemos que el valor del horizonte sería igual a $(1/1.1)^6$ (1.59/(0.10-0.06))=22.4. Se aplicó la idea siguiente. Si tenemos una perpetuidad que crece constantemente a la tasa *g* el valor presente de dividendos anuales iniciales D_1 es igual a $P_0=D_1/(r-g)$. Como en realidad este es un valor descontado al año 6, tenemos que volver a descontar por 6 años este número. Ahora bien, el valor presente en el "corto plazo" es igual a $FCL_1/(1+r) + FCL_2/(1+r)^2 + ... + FCL_6/(1+r)^6$ que en nuestro caso es igual a –3.6. Sumando ambos valores obtenemos el valor presente del negocio, igual a 18.8.

Problemas con la TIR

La tasa de rendimiento de una inversión a menudo no proporciona la información correcta para la toma de decisiones. Cuando uno grafica la **función de valor presente** en términos de la tasa de descuento lo usual es obtener una función como la indicada:



El punto en que la curva de valor presente cruza al eje de abscisas es el que corresponde a la *tasa de rendimiento* de la inversión. En general, si la curva de valor presente es una función decreciente de la tasa de descuento, esta intersección proporcionará el criterio correcto de cálculo de la TIR. Pero hay excepciones:

(a) Pueden existir *múltiples* tasas internas de rendimiento de una inversión, como en el clásico ejemplo de Lorie-Savage. Este ejemplo corresponde a un flujo de caja con la siguiente estructura temporal:

Año 0	*Año 1*	*Año 2*
-1.600	*10.000*	*-10.000*

Este caso corresponde, por ejemplo, a un productor que extrae petróleo del subsuelo. El año 0 decide adquirir un equipo motobombeador que *adelanta* la extracción que iba a realizar el año 2.

El costo es $1.600 y el único efecto es el de redistribuir en el tiempo su corriente de renta. La función de valor presente del ejemplo resulta así

$-1600 + 10000/(1+r) - 10000/(1+r)^2$

que es un polinomio de segundo grado en r. La *regla de Descartes* asegura que el número de soluciones diferentes de un polinomio puede ser tan elevado como el número de cambios de signo de sus coeficientes (dos en nuestro caso). Las TIR de este ejemplo son dos: $TIR_1=0.25$ *(25%)* y $TIR_2=4$ *(400%)*. Lo que el ejemplo indica es que cuando la tasa de descuento es algo superior al 25% en realidad el empresario puede reinvertir los fondos obtenidos a la tasa de mercado y obtener una rentabilidad adicional por un período. Lo que este problema indica es que la TIR de un proyecto no es un indicador apropiado cuando existen posibilidades de reinversión.

(b) Un segundo caso es que la regla de la TIR puede ser engañosa para proyectos excluyentes. Supóngase que el empresario tiene la opción de hacer dos variantes tecnológicas de un proyecto hidroeléctrico, que dan lugar a los datos siguientes:

Proyecto A	-10.000	20.000	TIR =100%	VPN (10%)=8182
Proyecto B	-20.000	35.000	TIR=75%	VPN(10%)=11818

Como se observa en el ejemplo, la variante B del proyecto, que es la que maximiza el valor presente, es también la que tiene la menor TIR. En este caso, la decisión obviamente deberá contradecir el criterio de maximizar la TIR.

Optimización temporal

Los criterios de inversión proporcionan una guía útil para decidir aspectos temporales de un proyecto de inversión.

El primer caso es el de **optimizar la fecha de finalización de un proyecto**. Por ejemplo, supóngase que un productor de madera debe decidir en qué fecha realizar la tala de una plantación de árboles (otro ejemplo: un productor de vino añejado debe decidir cuándo da fin al proceso de añejamiento y fracciona el vino obtenido).

Vamos a considerar el caso, más simple, en que no hay un negocio posterior de utilización de la tierra para otros fines. El cuadro de flujo de caja podría ser el siguiente:

	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Val cosecha	50	64.4	77.5	89.4	100	109.4
Var (%)		28.8	20.3	15.9	11.9	9.4
VPN(r=10%)	50	58.5	64	67.2	68.3	67.9

Obsérvese que el año en que se maximiza el VPN es el año 4. La regla [3] es que la *tasa de descuento sea igual a la variación porcentual del flujo de caja del proyecto.*

El segundo caso que se analizará es el de **optimizar la fecha de inicio de un proyecto**. Pensemos que tenemos un activo para el que debemos definir en qué fecha comenzaremos a explotarlo. Hay algunos casos en que esto sucede. Por ejemplo, el propietario de una mina puede decidir *esperar* hasta iniciar la explotación del yacimiento. Otro caso que suele darse en la práctica es el del propietario de una red de transporte. Sabiendo que el tráfico crecerá por razones demográficas, su problema es decidir *cuándo* realizar la expansión de la red. Una regla aplicable en estos casos es la *regla de Marglin*, mediante la cual optimizamos la fecha t_0 de comienzo del proyecto cuando el valor del flujo de caja en t_0 es igual a los intereses devengados por el capital requerido por la inversión [4]. Realizar la inversión *antes de esa fecha* podría ser calificado como una inversión *prematura* (porque el empresario gana más por colocar sus fondos en el mercado financiero) mientras que realizar la inversión *después de esa fecha* podría ser calificado como una inversión *tardía*.

Racionamiento del capital

En todos los casos analizados hasta ahora, se ha supuesto que no existen restricciones de capital aplicables. La existencia de restricciones de capital puede ser meramente una política fijada por la empresa para controlar el comportamiento de sus gerentes (en cuyo caso se suele hablar de *restricción blanda*) o, en el caso más relevante, reflejo de un mercado de capitales imperfecto (o *restricción dura*). Lo importante es tener en cuenta que una barrera entre la firma y los mercados de capital no complica el criterio en la medida que la barrera sea la *única* restricción. Lo importante es que los *accionistas* tengan acceso a mercados de capital.

Supongamos que la empresa tiene acceso a fondos limitados (en total, 10 $) y tres proyectos A, B y C que registran un flujo de caja durante tres años según el siguiente esquema:

---

[3] Obtenemos esta regla si escribimos el flujo de caja en forma continua respecto del tiempo $a(t)$ y el *costo inicial de capital* como K. Si realizamos la tala de la plantación en el tiempo t el valor actual neto de la operación es simplemente $a(t)\ e^{-it}-K$ Derivando con respecto al tiempo t obtenemos $a'(t)-ia(t)=0$ es decir que el momento óptimo para realizar la tala es aquél en que se verifica $i=a'(t)/a(t)$. Obsérvese que los costos iniciales de capital no influyen en la elección del momento óptimo (entre estos costos puede incluirse el pago adelantado de los salarios). Esta condición es la condición de primer orden. La condición suficiente es que el cociente $a'(t)/a(t)$ sea decreciente en t. Una implicancia de este análisis es que un descenso de la tasa de interés conducirá a elegir procesos más largos en el tiempo (más "roundabout" según la terminología austríaca). Esta es la solución de von Thunen-Fisher. Otra alternativa es la llamada "solución en cadena" de Faustman, en la que se interpreta que la tierra será utilizada posteriormente al ciclo productivo que termina con la primera tala. En este caso, la solución diferirá por la imputación de un valor a la tierra en calidad de renta anual de la misma.

[4] Si el flujo de caja del proyecto es independiente de la edad del proyecto (es decir, del tiempo transcurrido entre el momento de las inversiones iniciales y cada punto del tiempo) podemos escribir la corriente de flujo de caja del proyecto como una simple función del tiempo calendario $a(t)$. El valor actual neto de un proyecto iniciado en el momento T será entonces $V(T)=\int_T^{\infty} a(t)\ e^{-it}\ dt - K\ e^{-iT}$ que conduce a la condición de primer orden $V'(T)=-a(T)e^{-iT}+iKe^{-iT}=0$ que implica $a(T)=iK$ que es la regla de Marglin. La condición suficiente es que $a'(t)>0$ es decir, que el flujo de caja sea creciente en el tiempo.

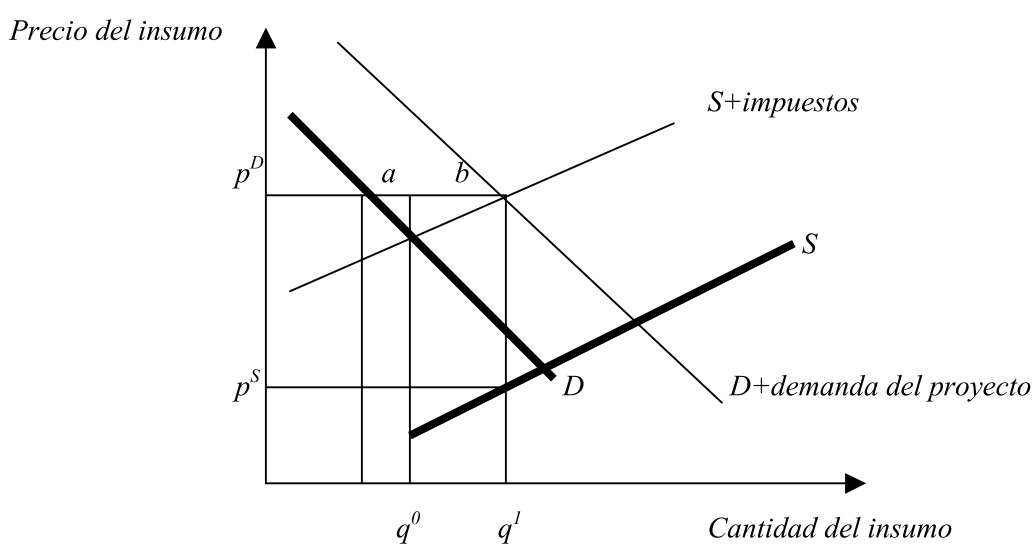
Proyecto	**A**	**B**	**C**
Año 0	-10	-5	-5
Año 1	30	5	5
Año 2	5	20	15
Valor pte neto (r=0.1)	21	16	12
Indice de Rentabilidad	2.1	3.2	2.4

Como se aprecia, podemos obtener una mayor ganancia utilizando los $10 en realizar los proyectos B y C. Esto coincide con el ordenamiento que produce el *índice de rentabilidad* de los proyectos, igual al cociente entre el valor presente neto de cada proyecto y sus requerimientos financieros en ese año. Si hubiéramos utilizado el criterio del VPN nos hubiéramos limitado a implementar el proyecto A.

En el caso que hubiera más de un recurso limitado (por ejemplo si existieran limitaciones a la disponibilidad de divisas en algún período) el uso del índice de rentabilidad no producirá resultados apropiados. Debemos recurrir en tal caso a métodos de programación.

Análisis costo-beneficio en el sector público

Nada impide aplicar estos criterios a decisiones de inversión por parte del estado. La diferencia radica más que nada en los beneficios y costos (a menudo llamados *sociales* por oposición a los beneficios y costos *privados*). Dejando de lado cuestiones valorativas específicas que pueda tener el gobierno sobre ciertas decisiones, la diferencia más importante surge por la consideración de los impuestos estatales sobre las transacciones.



Consideremos un insumo que es producido por el sector privado, como el cemento. Supondremos que hasta el momento de la realización del proyecto, el cemento era utilizado exclusivamente por productores y consumidores privados de la economía. Como resultado de una obra pública de infraestructura, la demanda total de cemento de la economía se expande como lo indica el gráfico anterior. ¿Cuál es el precio del cemento a ser utilizado por el proyecto público? Utilizaremos el precio de oferta privado si la producción se expande en el monto pleno en que se expande la demanda del proyecto, pero en el caso que no esperemos ningún efecto sobre la producción total de cemento, como el cemento utilizado va a tener que ser provisto dejando de ser utilizado en otras obras privadas de la economía, el precio que deberá ser utilizado es el precio de demanda. Para un caso mixto como el del gráfico, en que tenemos una parte a en que se contrae el uso del cemento en el resto de la economía y también se expande una parte b por la mayor producción de cemento, el precio que deberá utilizar el sector público será una mezcla de ambos precios en las proporciones $a: b$. Luego, si el proyecto consume $a+b$ unidades de cemento, con b unidades producidas como consecuencia del proyecto, el precio relevante será aproximadamente $a/(a+b)$ multiplicado por el precio de demanda (p^D) más $b/(a+b)$ multiplicando al precio de oferta (p^S). Este argumento descansa en que no existe otro motivo para la existencia del impuesto indirecto que no sea la necesidad de recaudar fondos. Si el impuesto ha sido introducido para corregir alguna externalidad no es necesario introducir ningún cambio.

Acaso el ejemplo más utilizado de un precio público distinto al precio privado es el de las divisas, porque el gobierno utiliza algún medio como los controles de cambio para contener los problemas de balance de pagos asociados a una divisa sobrevaluada. El enfoque estándar, en este caso, es utilizar un tipo de cambio (denominado *sombra*) correspondiente al precio de demanda, en lugar del precio oficial de las divisas. Otros enfoques descansan en convertir los precios de todos los bienes a precios de *frontera*, es decir precios en divisas de las exportaciones y las importaciones involucradas. En tal caso, también es necesario convertir en divisas todos los precios correspondientes a los bienes no transados internacionalmente.

La evaluación *social* de proyectos descansa además en el cálculo de precios para todos aquellos bienes que, afectados por el proyecto público, no tienen sin embargo un precio. Como ejemplos podemos mencionar al tiempo, las facilidades recreativas (como las asociadas a las visitas de la gente a un parque público) y, acaso el elemento de más difícil evaluación, la vida humana. Otros aspectos que distinguen a la evaluación social de la privada pueden residir en el tipo de interés utilizado en el sector público para descontar los costos y beneficios futuros. Cuando se analice la incidencia de la incertidumbre, veremos que existen motivos para utilizar una valuación social específica.

Bibliografía

Hal R. Varian *Microeconomía Intermedia* (Capítulo 11), 5ta edición, Antoni Bosch editor , 1999.

Richard A. Brealey and Stewart C. Myers, *Principles of Corporate Finance* (Ch. 1 a 4), 4th edition, McGraw-Hill, 1991 (hay traducción al castellano)

http://cepa.newschool.edu/het/essays/capital/fisherinvest.htm